

可微分力学系のエルゴード理論

Ergodic Theory of Differentiable Dynamical Systems

キーワード : シナイ・ルエル・ボウエン測度

/ keywords: Sinai-Ruelle-Bowen measure

鷺見 直哉 教授 博士(理学) / **Naoya Sumi** Prof., Dr. Sci.

基礎科学部門 数学分野 / Mathematics

E-mail: sumi@※ Tel: 096-342-3325

● シナイ・ルエル・ボウエン測度のエルゴード性の判定

エルゴード理論は、19世紀後半にBoltzmannによって導入された「エルゴード仮説」を起源とし、20世紀に入りBirkhoffと von Neumannによって数学的な基礎づけがなされた。Birkhoffのエルゴード定理により測度を保つ力学系では観測量に対する長時間平均が存在する。任意の観測量に対し「長時間平均＝空間平均」を満たすとき、その力学系はエルゴード的であるという。与えられた力学系がエルゴード的かどうかを判定することは、エルゴード理論の主要な課題の一つである。

ほとんどすべての初期点に対して、その軌道の相空間の中での存在確率がある密度関数の積分としてあらわされるとき、この確率のことをシナイ・ルエル・ボウエン測度という。シナイ・ルエル・ボウエン測度をもつ力学系がエルゴード的であるということは、初期点に寄らずシナイ・ルエル・ボウエン測度が一意的に決まることを意味する。

Palis は、多くの力学系に対して、このような測度の存在を予想している。この予想を踏まえ、私の研究の目標は、シナイ・ルエル・ボウエン測度がいつエルゴード性をもつか判定することである。

● Criteria for the ergodicity of Sinai-Ruelle-Bowen measures

Ergodic Theory originated from the “ergodic hypothesis”, which Boltzmann introduced in the late 19th century, and its mathematical foundation was laid by Birkhoff and von Neumann in the 20th century. Birkhoff’s ergodic theorem ensures that the long-time average of a given observable exists for measure preserving dynamical systems. We say that the dynamical system is ergodic when “the long-time average coincides with the space average” for any observable. One of the most important problem in the ergodic theory is to determine whether a given dynamical system is ergodic or not.

When, for almost every initial point, the existence probability density for the orbit can be represented as the integral of a certain density function, such a probability is called a Sinai-Ruelle-Bowen measure. A dynamical system having a Sinai-Ruelle-Bowen measure is ergodic if and only if such a measure is uniquely determined independently of any initial point.

Palis conjectured that many dynamical systems have Sinai-Ruelle-Bowen measures. Based on the conjecture, the aim of my research is to obtain criteria for the ergodicity of Sinai-Ruelle-Bowen measures.