

# 高次元代数幾何のDiophantus幾何への展開

## Diophantine Geometry using Higher Dimensional Algebraic Geometry

キーワード：有理点、有理曲線、極小モデル理論 / key words: Rational points, Rational curves, the minimal model program

谷本 祥 准教授 Ph. D. / Sho Tanimoto Assoc. Prof., Ph.D.

基礎科学部門 数学分野 / Research Field: Mathematics

E-mail : [stanimoto@kumamoto-u.ac.jp](mailto:stanimoto@kumamoto-u.ac.jp) Tel : 096-342-3360 URL : <https://shotanimoto.wordpress.com>

### ●Manin予想の例外集合の幾何学

代数方程式の零点集合は代数多様体と呼ばれる幾何的図形を定義し、その方程式をみたす有理数解を有理点と呼びます。私はその有理点が無限に存在するとき、有理点を数え上げる関数の漸近公式を予想するManin予想を研究しています。有理点は部分多様体に集積してしまうことがあるので、例外集合なるものを考え数え上げ関数から例外集合上の有理点を取り除く必要があります。私はその例外集合の幾何学を高次元代数幾何、特に極小モデル理論を使って研究しています。代数幾何と数論幾何が織りなす現象は圧巻です。

### ●有理曲線の動的曲げ折り法

80年代にFieldsメダリストの森先生が曲線の曲げ折り法なるものを発案しました。これは多様体上の有理曲線の2点を固定しながら曲線を変形するといくつかの有理曲線の和に変形するというものです。ただし、この曲げ折り法の退化をコントロールすることはなかなか難しいのが現状です。そこで我々は有理曲線が自由なとき、退化は2つの自由有理曲線の和として得ることができるという動的曲げ折り法を提唱し、Fano3次元多様体やdel Pezzo束などについて証明しました。現在は動的曲げ折り法を高次元で達成すべく研究中です。

### Birational Geometry of Exceptional Sets in Manin's Conjecture:

The zero locus of a system of polynomial equations defines a geometric object called an algebraic variety, and rational solutions to polynomial equations are called rational points. I study Manin's Conjecture which predicts an asymptotic formula for the counting function of rational points. In particular I study exceptional sets in Manin's Conjecture using higher dimensional algebraic geometry such as the minimal model program.

### Movable Bend and Break for Rational Curves:

Around 80s Fields medalist Prof. Mori invented a technique called Bend and Break lemma. This lemma claims that if you deform a rational curve while fixing two points, then it breaks into the union of rational curves. We propose Movable Bend and Break lemma which claims that a free rational curve of enough high degree can break into the union of two free rational curves and we prove this for Fano 3-folds and del Pezzo fibrations. We hope to generalize this lemma in higher dimensional settings.

